



## UTILIZAÇÃO DE UM CRITÉRIO EM CONJUNÇÃO COM O TEOREMA DE NYQUIST PARA IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS DE SISTEMAS MECÂNICOS

*Natanael Victor de Oliveira*

Universidade Federal da Paraíba, Departamento de Engenharia Mecânica, Centro de Ciência e Tecnologia, PRAI, UFPB, Campus-II  
CEP 58109-970 Campina Grande, Brasil - E: mail:natanael@dem.ufpb.br

*Resumo.* Procura-se neste trabalho, usar um critério de busca para escolha do intervalo de tempo de discretização que, em conjunção com o teorema de Nyquist, possa ser utilizado num processo de identificação de parâmetros no domínio do tempo e no domínio da frequência. Os resultados de identificação são apresentados num primeiro momento como referência de teste, para um sistema simples de um grau de liberdade no domínio do tempo. Em seguida, são apresentados resultados de identificação no domínio da frequência, onde procura-se trabalhar com os sinais deslocamento no domínio tempo (situação mais realística), para sistemas com vários graus de liberdade. É proposto um método para resolução de sistemas de equações diferenciais para a obtenção dos sinais de deslocamentos no domínio do tempo, onde obtêm-se a priori a versão dos sinais de deslocamentos no domínio complexo. Os resultados de identificação de parâmetros no domínio do tempo e da frequência para ambos os modelos utilizados, mostraram-se satisfatórios.

**Palavras-Chave:** Critério, Conjunção, Teorema de Nyquist, Identificação, pseudo-exata

### 1. INTRODUÇÃO.

A análise e simulação prévia do comportamento dinâmico de sistemas mecânicos e estruturas em geral na engenharia, se constitui num processo ou procedimento inevitável, como meio de monitorar a performance antecipada de aproximação do comportamento global de sistemas mecânicos e/ou estruturas reais. A utilização de sistemas computacionais altamente potentes nas últimas duas décadas é a possibilidade mais realística deste fato. A exemplo, podemos citar estudos científicos no trato de pesquisas na área espacial, onde a análise prévia do comportamento de naves espaciais, lançamento de mísseis terra-ar, lançamento de satélites para observação da terra, visando o seu controle e monitoramento, são insistentemente estudadas e simuladas pela comunidade científica da área. Mais especificamente na engenharia mecânica, principalmente em simulação de sistema mecânicos, onde procura-se abordar o monitoramento, análise, processamento de sinais e controle de vibrações, controle de trajetórias de robôs manipuladores, identificação de parâmetros, modelamento de rotores de usinas hidroelétricas e dinâmica de rotores e estruturas em geral, para não citar outros tipos de sistemas. Embora alguns sinais sejam inerentemente digitais,

como é o caso de dados de teletipo, saída de computadores, sinais de radar de pulso e sonar, muitos sinais são analógicos. Para que estes sinais possam ser transmitidos digitalmente, inicialmente devem ser amostrados e convertidos em níveis discretos de amplitudes através de um processo de quantização. Como exemplo de sinais analógicos que freqüentemente são transmitidos digitalmente, poderemos citar a voz, TV, faxmille e sinais de telemetria entre outros (Schwartz, 1970). Daí, a ampla utilização de sinais e/ou sistemas digitais se deve a vários fatores: a relativa simplicidade de projetos de circuitos digitais e a facilidade de realizar projetos através de circuitos integrados; o crescente uso e disponibilidade de técnicas de análise e processamento digital de sinais; a ampla utilização de computadores no processamento de todos os tipos de análise de dados; a possibilidade de codificação de sinais digitais, de modo a minimizar os efeitos de interferência e ruído. Dada a complexidade e importância na obtenção de sinais de deslocamento de sistemas em geral, procura-se neste trabalho, utilizar um critério para simulação dinâmica de sistema mecânicos, utilizando-se o teorema de Nyquist (Lathi, 1968). Intuitivamente, pode-se imaginar que a utilização do teorema de Nyquist, por si só, dependendo do sistema a ser considerado, possa não ser suficiente para a amostragem de sinais que se deseja medir de forma adequada. Daí, utiliza-se neste trabalho, um critério que, em conjunção com o teorema de Nyquist, permita a simulação mais eficiente de sistemas mecânicos em geral. Como a simulação prévia do comportamento dinâmico de sistemas mecânicos em termos do vetor de estado ou dos vetores no domínio da freqüência, antecede a uma etapa nos processos de identificação de parâmetros em geral, procura-se neste trabalho, avaliar um critério de busca para escolha do intervalo de tempo de discretização que, em conjunção com o teorema de Nyquist, possa ser utilizado num processo de identificação de parâmetros no domínio do tempo e no domínio da freqüência. Os resultados de identificação serão apresentados num primeiro momento como referência de teste, para um sistema simples de um grau de liberdade. Em seguida, serão apresentados resultados de identificação no domínio da freqüência, onde procura-se trabalhar a priori com os sinais deslocamento no tempo (situação mais realística), para sistemas com vários graus de liberdade.

## 2. FORMULAÇÃO GENÉRICA PARA O PROCESSO DE IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA.

A formulação genérica para o processo de identificação de parâmetros de um sistema de vários graus de liberdade, massa, mola, amortecedor viscoso, utilizando-se os coeficientes de Euler-Fourier da excitação (força) e respostas (deslocamentos), pode ser dado pelo sistema de equações lineares na forma da equação Eq.(1).

$$\begin{bmatrix} (\omega_0)x^s_{11} & (\omega_0)x^s_{12} & \dots & (\omega_0)x^s_{1m} & (\omega_0)x^c_{11} & (\omega_0)x^c_{12} & \dots & (\omega_0)x^c_{1m} \\ (2\omega_0)x^s_{21} & (2\omega_0)x^s_{22} & \dots & (2\omega_0)x^s_{2m} & (2\omega_0)x^c_{21} & (2\omega_0)x^c_{22} & \dots & (2\omega_0)x^c_{2m} \\ \vdots & \vdots \\ (n\omega_0)x^s_{n1} & (n\omega_0)x^s_{n2} & \dots & (n\omega_0)x^s_{nm} & (n\omega_0)x^c_{n1} & (n\omega_0)x^c_{n2} & \dots & (n\omega_0)x^c_{nm} \\ \dots & \dots \\ -(\omega_0)x^c_{11} & -(\omega_0)x^c_{12} & \dots & -(\omega_0)x^c_{1m} & (\omega_0)x^s_{11} & (\omega_0)x^s_{12} & \dots & (\omega_0)x^s_{1m} \\ -(2\omega_0)x^c_{21} & -(2\omega_0)x^c_{22} & \dots & -(2\omega_0)x^c_{2m} & (2\omega_0)x^s_{21} & (2\omega_0)x^s_{22} & \dots & (2\omega_0)x^s_{2m} \\ \vdots & \vdots \\ -(n\omega_0)x^c_{n1} & -(n\omega_0)x^c_{n2} & \dots & -(n\omega_0)x^c_{nm} & (n\omega_0)x^s_{n1} & (n\omega_0)x^s_{n2} & \dots & (n\omega_0)x^s_{nm} \end{bmatrix}_{2N \times 2f}$$

$$\begin{bmatrix} [C]^T \\ [K]^T \end{bmatrix}_{2, f \times f} =$$

$$\begin{bmatrix}
F^c_{11} + M_{11}(\omega_0)^2 x^c_{11} & F^c_{12} + M_{22}(\omega_0)^2 x^c_{12} & \dots & F^c_{1m} + M_{mm}(\omega_0)^2 x^c_{1m} \\
F^c_{21} + M_{11}(2\omega_0)^2 x^c_{21} & F^c_{22} + M_{22}(2\omega_0)^2 x^c_{22} & \dots & F^c_{2m} + M_{mm}(2\omega_0)^2 x^c_{2m} \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
F^c_{n1} + M_{11}(n\omega_0)^2 x^c_{n1} & F^c_{n2} + M_{22}(n\omega_0)^2 x^c_{n2} & \dots & F^c_{nm} + M_{mm}(n\omega_0)^2 x^c_{nm} \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
F^s_{11} + M_{11}(\omega_0)^2 x^s_{11} & F^s_{12} + M_{22}(\omega_0)^2 x^s_{12} & \dots & F^s_{1m} + M_{mm}(\omega_0)^2 x^s_{1m} \\
F^s_{21} + M_{11}(2\omega_0)^2 x^s_{21} & F^s_{22} + M_{22}(2\omega_0)^2 x^s_{22} & \dots & F^s_{2m} + M_{mm}(2\omega_0)^2 x^s_{2m} \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
F^s_{n1} + M_{11}(n\omega_0)^2 x^s_{n1} & F^s_{n2} + M_{22}(n\omega_0)^2 x^s_{n2} & \dots & F^s_{nm} + M_{mm}(n\omega_0)^2 x^s_{nm}
\end{bmatrix}_{2N \times f} \quad (1)$$

A Equação (1) em notação compacta, pode ser representada pelo sistema de equações lineares na forma  $A\phi = b$ , onde;  $A =$  Matriz retangular  $2N \times 2f$  contendo as componentes reais e imaginárias dos deslocamentos;  $\phi =$  Matriz retangular  $2f \times f$  contendo os coeficientes de rigidez e amortecimento a serem estimados, e portanto desconhecida;  $b =$  Matriz retangular de ordem  $2N \times f$  contendo os coeficientes de Euler-Fourier das forças de inércia e das forças aplicadas (excitação),  $s$  e  $c$  parte imaginária e real dos coeficientes de Euler-Fourier,  $m = 1(1)f$ ,  $n = 1(1)N$  onde  $f$  é o número de graus de liberdade do sistema,  $N$  o número de pontos em frequência que se deseja amostrar o sinais de deslocamento, forças de inércia e forças de excitação,  $\omega_0$  a frequência de fundamental do vetor força de excitação a ser gerado e que é obtida a partir de um critério, (Oliveira, 1997).

### 3. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA PARA O PROCESSO DE IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS NO DOMÍNIO TEMPO.

Para um sistema clássico de um grau de liberdade, massa, mola, amortecedor viscoso, na qual a dependência no tempo foi omitida para simplificar a notação, a equação na forma de estado pode ser colocada na forma matricial;

$$\begin{Bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\frac{K}{M} & -\frac{C}{M} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} + \frac{1}{M} \begin{Bmatrix} 0 \\ F \end{Bmatrix} \quad (2)$$

A Equação (2) podendo ser representada na forma discreta por,

$$X(k+1) = (I + ADt)X(k) + DtBF(k) \quad (3)$$

onde  $Dt$  é o intervalo de tempo de discretização e  $X(k)$  é o vetor de estado no instante  $t = k$ ,  $k = 1(1)N$ . A notação  $1(1)N$ , indica um, incremento um até  $N$ . A equação para o processo de identificação no tempo é obtida na forma,

$$\begin{bmatrix} X_1(2) & X_2(2) \\ \vdots & \vdots \\ X_1(k+1) & X_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1(1) & X_2(1) & F(1) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ X_1(k) & X_2(k) & F(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{K}{M}Dt \\ Dt & I - \frac{C}{M}Dt \\ 0 & \frac{1}{M}Dt \end{bmatrix} \quad (4)$$

Na sua forma matricial compacta, tem-se  $[X^T(k+1)] = [X^T(k)][\phi]$ , ou ainda  $[b] = [A][\phi]$ , onde  $[b]$ : matriz retangular de ordem  $N \times 2$ , contendo os vetores de deslocamento e velocidade no instante  $t = k+1$ ;  $[A]$ : matriz retangular de ordem  $N \times 3$ , contendo os vetores de entrada (força de excitação) e os de deslocamento e velocidade no instante  $t = k$ ;  $[\phi]$ : matriz retangular de ordem  $3 \times 2$ , contendo os parâmetros a serem estimados. O estimador por mínimos quadrados dos parâmetros desconhecidos de  $\phi$  fornece,  $\hat{\phi}_{MQ} = [A^T A]^{-1} A^T b$ , que é a equação para o processo de identificação no domínio do tempo. Maiores considerações e discussões em Pederiva (1983), e mais recentemente (Mariano & Oliveira, 1987), onde se procura identificar o sistema, utilizando-se vários tipos de integradores.

#### 4. MÉTODO PARA SIMULAÇÃO.

Na Figura 1 apresenta-se uma seqüência, onde; **1.** Calcula-se os autovalores do sistema. **2.** Identifica-se a maior freqüência, se natural ou amortecida, e fá-la igual  $\omega_{máx}$ . **3.** Define-se um número fixo para  $f_b \geq 2$ . **4.** Define-se o número de amostras  $N$ , que se deseja representar o sinal, e em seguida define-se inicialmente ( $N_{pi} = N/2$ ). **5.** Determina-se o intervalo de tempo de discretização a partir da relação dada por ( $Dt = [2\pi / (N\omega_{máx} f_b)] N_{pi}$ ). **6.** Determina-se a freqüência fundamental a partir da relação dada por ( $\omega_o = 2\pi / N D t$ ). **7.** Gera-se o sinal de excitação utilizando-se a freqüência fundamental calculada no item 6. É importante observar que  $N_{pi}$ , fixo, tem o papel de monitorar o deslocamento relativo do pico ou picos máximos de amplitude do sinal no domínio da freqüência. Assim, para  $N_{pi}$  fixo, o refinamento, isto é, a melhor resolução em freqüência estará condicionada a uma variação e/ou mapeamento no valor atribuído ao fator de busca  $f_b$ , (Oliveira, 1998), ou mantendo-se  $f_b$  fixo, variar o número de pontos  $N$  e/ou  $N$  fixo, variar  $N_{pi}$ .

#### 5. CRITÉRIO EM CONJUNÇÃO COM O TEOREMA DE NYQUIST PARA O PROCESSO DE IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS.

Apresenta-se na Fig.1, um diagrama e/ou seqüência para o processo de identificação de parâmetros. Duas alternativas são apresentadas. A primeira, a identificação de parâmetros no domínio do tempo, onde se utiliza o vetor de estado, i.é, os sinais de deslocamento e velocidades. A outra, a identificação de parâmetros no domínio da freqüência, onde se utiliza a parte real e imaginária dos coeficientes de Euler-Fourier. Como se pode observar por este diagrama e/ou seqüência, diversas alternativas são apresentadas. No processo de simulação e amostragem adequadas dos sinais que se deseja utilizar no processo de identificação no tempo e em freqüência, procura-se amostrar os sinais, com uma freqüência de amostragem no mínimo igual ou maior do que duas vezes a maior freqüência contida no sinal, que é base do teorema de Nyquist. Quando a freqüência de amostragem é simplesmente igual a duas vezes a maior freqüência contida no sinal que se deseja amostrar, tem-se o que se chama na literatura especializada, especialmente na área de telecomunicações, de freqüência mínima de Nyquist. Daí, a utilização do teorema de Nyquist ser muito utilizado na análise e processamento de sinais no campo da engenharia mecânica para simulação de sistemas mecânicos em geral, e em procedimentos experimentais, para aquisição de sinais em tempo real.

## CRITÉRIO E PROCEDIMENTO PARA IDENTIFICAÇÃO

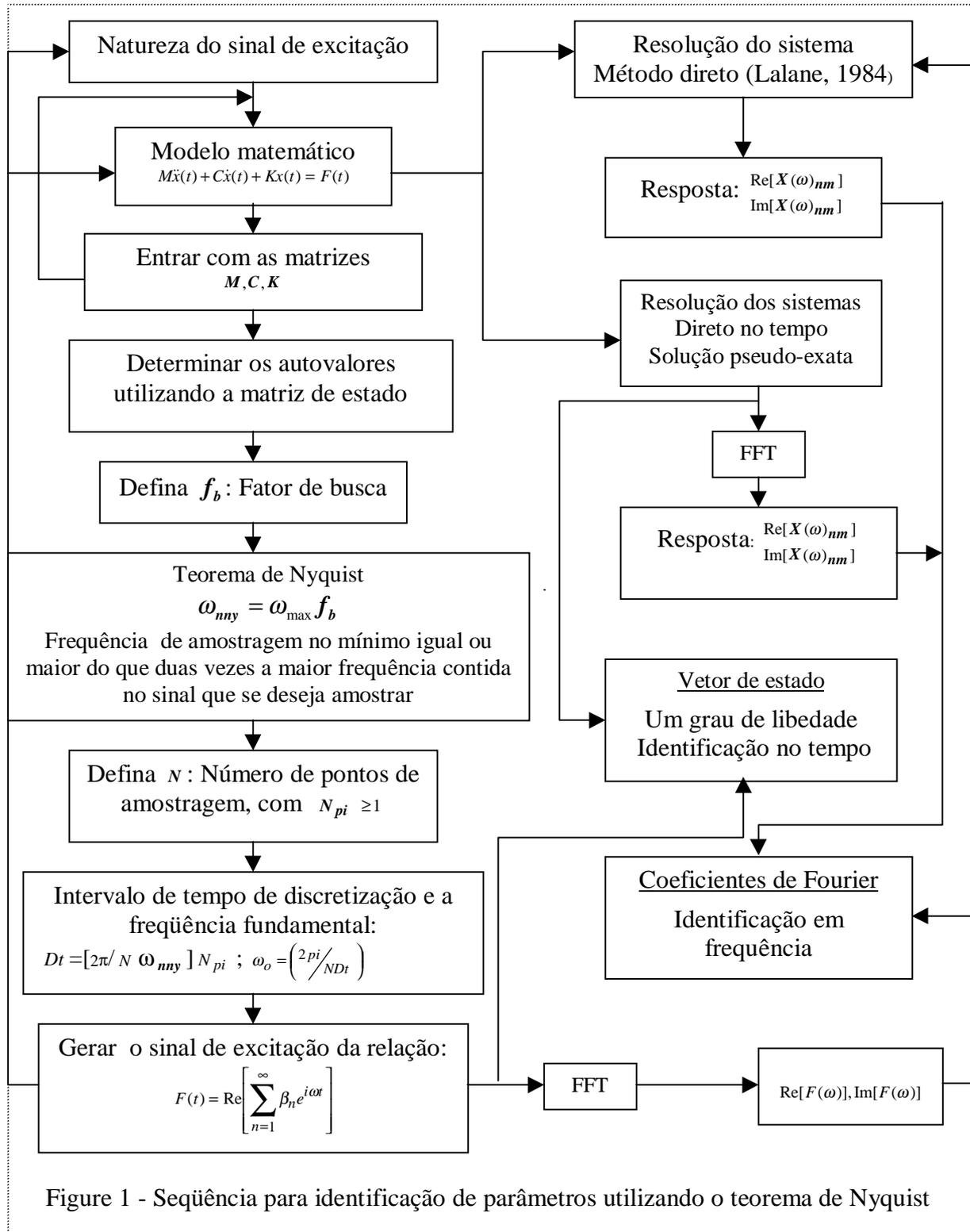


Figure 1 - Sequência para identificação de parâmetros utilizando o teorema de Nyquist

### 6. MODELOS MATEMÁTICOS E RESULTADOS DE SIMULAÇÃO.

Para testar e analisar o critério, procurou-se utilizar o modelo de um sistema clássico de um grau de liberdade massa, mola, amortecedor viscoso (Meirovitch, 1975). O outro, um

sistema de três graus de liberdade. Em princípio, procura-se simular o sistema de três graus de liberdade e avaliar a influência do fator de busca  $f_b$  no monitoramento do intervalo de discretização, para a amostragem dos sinais de deslocamento no domínio da frequência, para vários valores do fator de busca. A configuração do modelo físico do sistema de três graus de liberdade é mostrado na Fig. 2, com o cálculo dos respectivos autovalores, dados na Tabela 1 com os respectivos fatores de busca utilizados no processo de simulação.

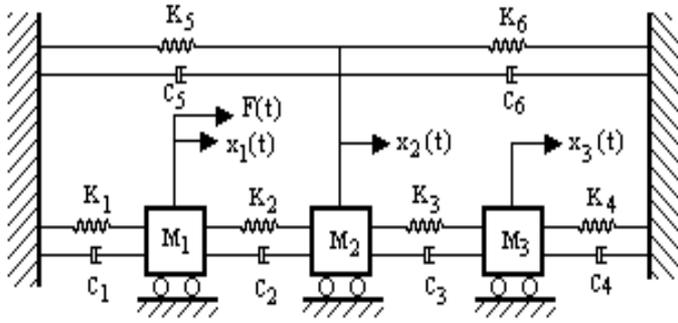


Tabela 1. Cálculo dos autovalores

$\lambda_{1,2}$	$-3,15 \pm 177,20i$
$\lambda_{3,4}$	$-6,30 \pm 259,08i$
$\lambda_{5,6}$	$6,56 \pm 418,74i$
$f_b$	2,5 e 1,0

Figura 2 - Configuração do modelo físico

Os elementos das matrizes de massa, amortecimento e rigidez utilizando-se o modelamento a partir da equação de Lagrange, são dados respectivamente por,

$$\begin{aligned}
 M_{11} &= M_1, M_{22} = M_2, M_{33} = M_3 \\
 C_{11} &= (C_1 + C_2); C_{12} = -C_{21}; C_{13} = -C_{31}; C_{22} = (C_2 + C_3 + C_5 + C_6); C_{23} = C_{32} = -C_3; C_{33} = (C_3 + C_4) \\
 K_{11} &= (K_1 + K_2); K_{12} = -K_{21}; K_{13} = -K_{31}; K_{22} = (K_2 + K_3 + K_5 + K_6); K_{23} = K_{32} = -K_3; K_{33} = (K_3 + K_4)
 \end{aligned}$$

As respostas em deslocamento no domínio do tempo para as três massas são obtidas na forma das relações dadas na Eq. ( 5),

$$x_1(t) = \text{Re} \left[ \sum_{n=1}^{\infty} |X_1(\omega)| e^{i(\omega t - \phi)} \right]; x_2(t) = \text{Re} \left[ \sum_{n=1}^{\infty} |X_2(\omega)| e^{i(\omega t - \phi)} \right]; x_3(t) = \text{Re} \left[ \sum_{n=1}^{\infty} |X_3(\omega)| e^{i(\omega t - \psi)} \right] \quad (5)$$

Os vetores  $X_1(\omega)$ ,  $X_2(\omega)$  e  $X_3(\omega)$ , são obtidos diretamente a partir dos sistema de equações lineares no domínio complexo da Eq. (6), com a excitação (força) agindo na massa  $M_1$ .

$$\begin{bmatrix} [(K_{11} - M_{11}\omega^2) + i\omega C_{11}] & & \\ & [(K_{22} - M_{22}\omega^2) + i\omega C_{22}] & \\ & & [(K_{33} - M_{33}\omega^2) + i\omega C_{33}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (K_{12} + i\omega C_{12}) \\ (K_{23} + i\omega C_{23}) \\ (K_{13} + i\omega C_{13}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(\omega) \\ X_2(\omega) \\ X_3(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_n \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

onde  $\phi, \phi, \psi$  na Eq. (5), são os ângulos de fase entre a excitação(força) e respostas (deslocamentos) e  $\beta_n$  se constitui numa série temporal com o vetor força de excitação, obtido a partir de síntese de sinais periódicos (Shroeder, 1970), com  $\omega = n\omega_o$  e  $n = 1(1)N$ , a frequência fundamental para gerar a excitação. A formulação apresentada pelo grupo de Eqs (5) e (6), passamos a denominar de solução pseudo-exata, e constitui-se numa forma alternativa para simular sistemas mecânicos no domínio do tempo e em frequência sem precisar, necessariamente, de se usar métodos de integração numérica. Na Figura 3, apresenta-se várias curvas de respostas em frequência, onde se toma os sinais de deslocamento em

freqüência nas três massas, respectivamente. Dessas curvas, pode-se observar claramente a influência do fator de busca para a amostragem adequada dos espectros dos sinais de deslocamento que se deseja amostrar.

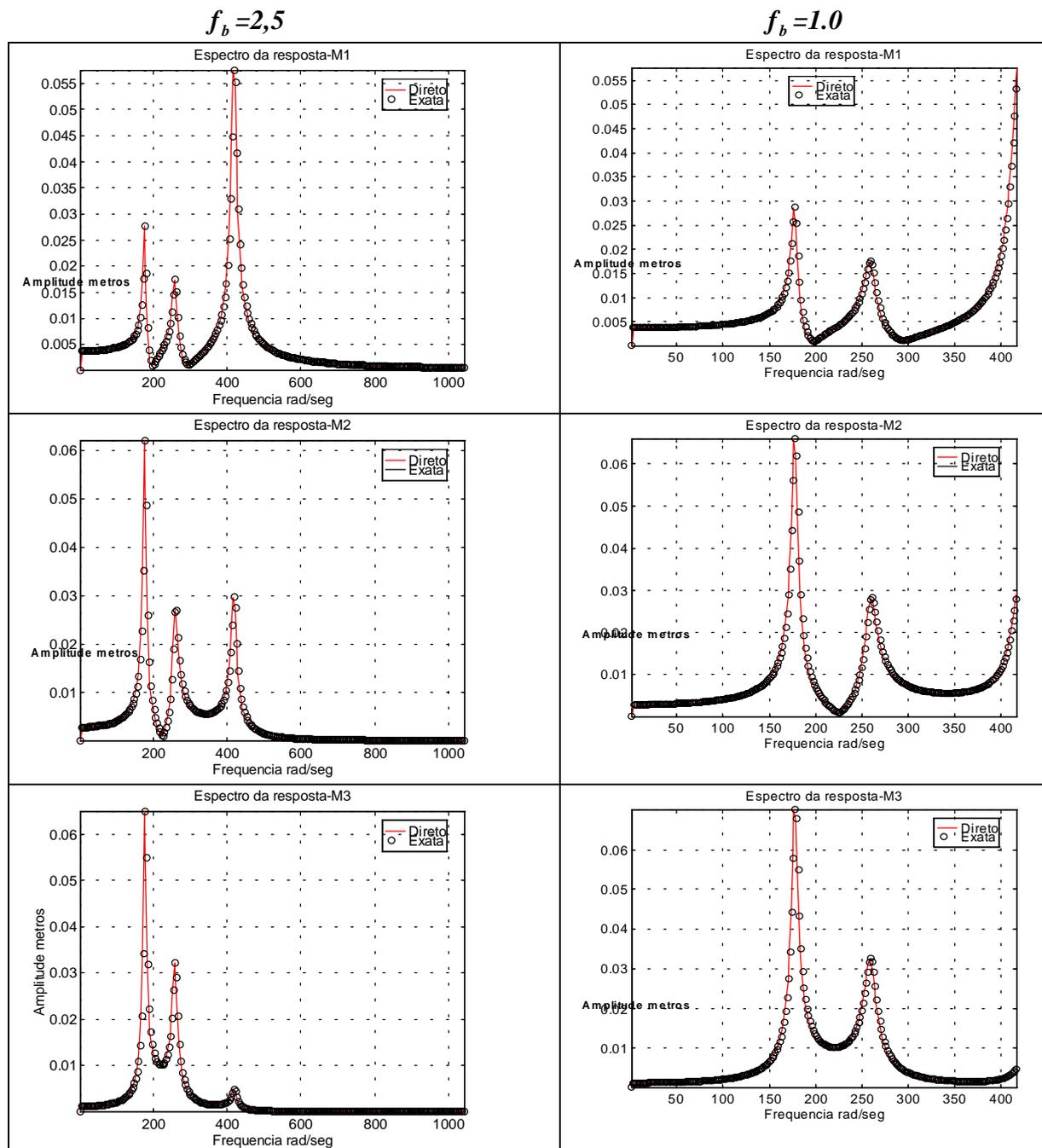


Figura 3 - Influência do fator de busca na simulação e amostragem dos espectros dos sinais de deslocamento no domínio da freqüência.

Para o fator de busca  $f_b = 1,0$  por exemplo, não se consegue amostrar os três picos de amplitude máximas dos sinais, para localizar as três freqüências como era de se esperar. No entanto, para o fator de busca igual a 2,5, pode-se localizar as três freqüências naturais amortecidas, referentes aos três picos de amplitudes máximas dos sinais de deslocamentos correspondentemente às oscilações das três massas no domínio da freqüência.

## 7. RESULTADOS DE IDENTIFICAÇÃO E DISCUSSÕES.

### 7.1. Identificação no domínio do tempo - Sistema de um grau de liberdade.

Para testar o critério em conjunção com o teorema de Nyquist no processo de identificação de parâmetros no domínio do tempo utilizando-se a seqüência de procedimentos do diagrama da Fig. (1), considerou-se como parâmetros de testes de referência para a massa, rigidez e amortecimento respectivamente os valores;  $M = 10kg$ ,  $K = 5000N/m$ ,  $C = 150Ns/m$  e  $F_0 = 1N$ ,  $N = 64$  pontos de amostragem no domínio do tempo,  $N_{PI} = N/2$ . A frequência natural está em torno de  $22,36 rad/s$ . Utilizou-se como valores para o parâmetros do fator de busca  $f_b$ , o intervalo de variação entre 2,001 e 4,50. Dentro deste intervalo de variação, pode-se observar nas Figs 4 e 5, a evolução dos coeficientes de rigidez e amortecimento identificados em função do fator de busca  $f_b$ , e nas Figs 6 e 7, as curvas de erro em porcentagem, onde se pode localizar o melhor fator de busca e em conseqüência o melhor intervalo de tempo de discretização para identificar os parâmetros de rigidez e amortecimento. Como se pode observar por estas curvas de erros, o refinamento e mapeamento do fator de busca  $f_b$ , torna-se extremamente importante e evita-se a tarefa tediosa na prática para escolha de um intervalo de tempo de discretização que melhor represente e/ou amostre o sinal no domínio do tempo de forma adequada, e seja utilizado no processo de identificação no domínio do tempo e/ou em frequência.

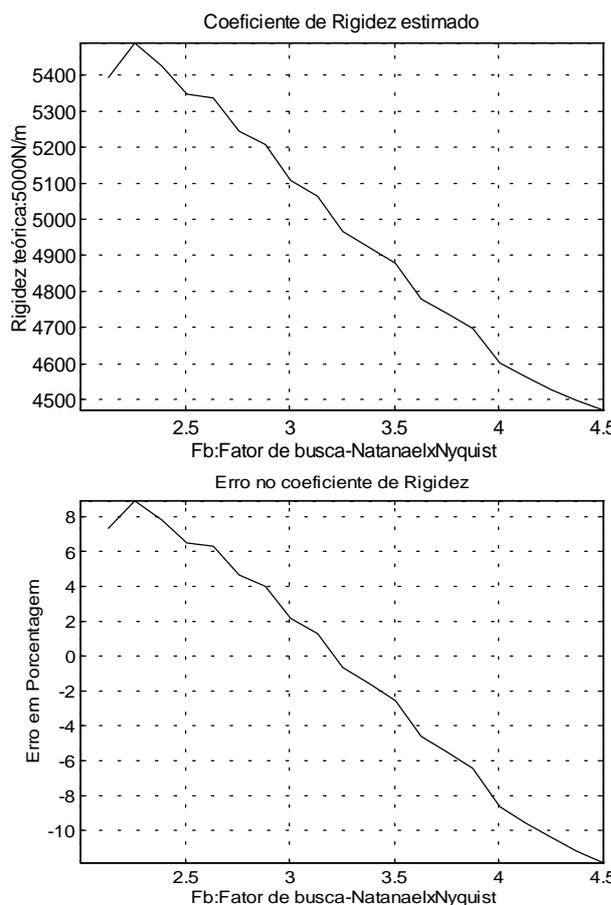


Figura 6- Erro estimado na rigidez

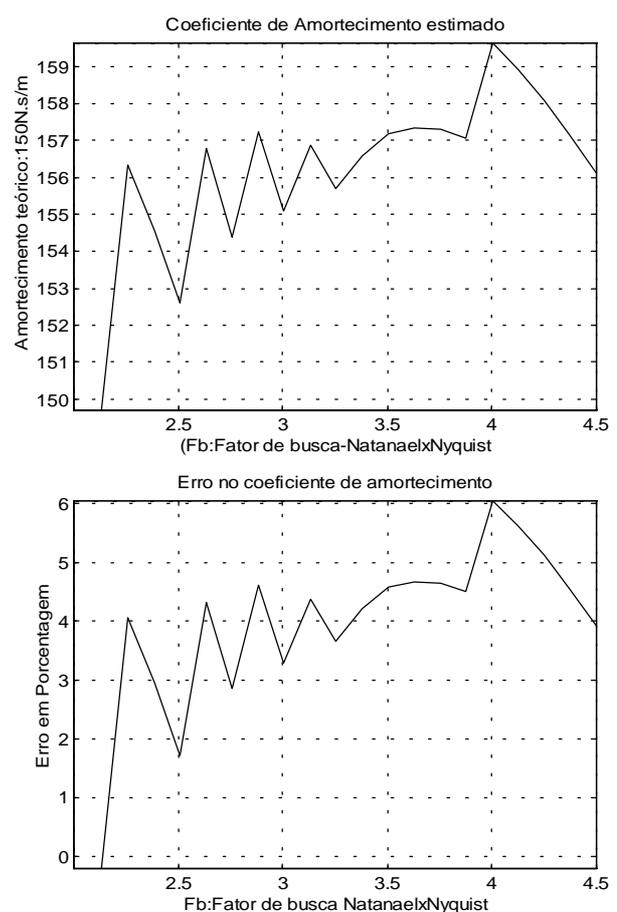


Figura 7- Erro estimado no amortecimento

Observa-se ainda por estas curvas que um mesmo intervalo de tempo de discretização não é condição suficiente para se obter uma estimação consistente para os coeficientes de rigidez e amortecimento simultaneamente. Isto nos levar a acredita que a estimação dos coeficientes

de amortecimento de sistemas mecânicos no domínio do tempo em geral, seja mais sensível no processo de identificação. Observando-se ainda pelas Figs. (6) e (7), que o monitoramento e refinamento do fator de busca para a estimação dos parâmetros, poderá se encontrar situado no intervalo de variação entre 2,01 e 3,5. O que provavelmente poderá melhorar o refinamento dos sinais do vetor de estado para um mesmo intervalo de tempo de discretização.

### 7.2. Identificação no domínio da frequência - Sistema de três grau de liberdade.

Na Figura 3, apresentou-se resultados de simulação para um sistema de três graus de liberdade, onde utilizou-se dois métodos para gerar os sinais de deslocamento (respostas) no domínio da frequência. O método direto, (Lalane, 1984), permite se obter as respostas no domínio da frequência de forma direta em termos das componentes reais e imaginária dos sinais de deslocamento. Utilizando-se esse método para gerar os sinais de deslocamento diretamente no domínio da frequência e utilizados no processo de identificação, com efeito, a identificação para todos os coeficientes de rigidez e amortecimento são consistentes, isto é, os erros em porcentagem são praticamente iguais a zero para todos os coeficientes que se deseja estimar e/ou identificar. Resultados de identificação para um sistema de dois e três graus de liberdade utilizando-se esse método pode ser encontrado em (Silva & Oliveira, 1998).

O outro método de simulação utilizado para gerar os sinais de deslocamento no domínio do tempo, onde se acredita, seja a situação mais realística, optou-se por propor um método, que passamos a chamar de solução pseudo-exata, em cujo processo de solução do sistema de equações diferenciais do modelo físico da Fig. 2 é monitorado a partir do grupo de Eqs. (5) e (6). Uma vez gerados os sinais de deslocamentos no domínio do tempo por esse método obtém-se os sinais de deslocamento (respostas) no domínio da frequência em termos de suas componentes reais e imaginárias, utilizando-se a FFT (Transformada de Fourier Rápida), onde se aplica o estimador apropriado para identificar os parâmetros no domínio da frequência, seguindo a seqüência do diagrama da Fig. 1.

Tabela 2. Coeficientes de rigidez e amortecimento identificados

Rigidez( N/m)	Teórica	Estimada	Erros em (%)
<i>K11</i>	75000	7,5000e+004	-3,8805e-014
<i>K12</i>	-25000	-2,5000e+004	1,4552e-014
<i>K13</i>	0	-8,6911e-013	Inf
<i>K21</i>	-25000	-2,5000e+004	2,4738e-013
<i>K22</i>	37000	3,7000e+004	-5,8994e-014
<i>K23</i>	-10000	-1,0000e+004	-7,2760e-014
<i>K31</i>	0	-4,4073e-011	Inf
<i>K32</i>	-10000	-1,0000e+004	1,8190e-014
<i>K33</i>	25000	2,5000e+004	-1,4552e-014
Amortecimento(N.s/m)	Teórico	Estimado	Erros em (%)
<i>C11</i>	4	4,0000	3,5527e-013
<i>C12</i>	-2	-2,0000	1,5543e-013
<i>C13</i>	0	-1,7773e-015	-1,7773e-015
<i>C21</i>	-2	-2,0000	-6,6613e-014
<i>C22</i>	8	8,0000	-1,7773e-015
<i>C23</i>	-2	-2,0000	-8,8818e-014
<i>C31</i>	0	-1,8829e-014	Inf
<i>C32</i>	-2	-2,0000	-6,2172e-013
<i>C33</i>	4	4,0000	-2,2204e-014

Como se pode observar pela Tabela 2, os resultados de identificação dos parâmetros dos elementos das matrizes de rigidez e amortecimento são com efeito todos consistentes, isto é, os erros nas matrizes de rigidez e amortecimento são praticamente iguais a zero. Utilizou-

se, para o fator de busca, o valor igual a 2,5, o que corresponde a um dos resultados de simulação apresentados na Fig. 3. Os resultados de identificação de parâmetros apresentados neste trabalho, vêm de forma oportuna validar ainda mais a formulação matemática para o processo de identificação no domínio da frequência para um sistema de dois graus de liberdade eixo-rotor-mancal-hidrodinâmico, inicialmente proposta por (Burrows & Sahinkay, 1982). A generalização para sistemas com multi-graus-de-liberdade é apresentada na Eq. (1), onde se acredita, possa indistintamente ser utilizada tanto para sistemas convencionais e/ou clássicos, como para sistemas dinâmicos rotativos-dinâmica de rotores. Num procedimento experimental, acredita-se, que o suficiente no caso, seria então, definir o modelo matemático do sistema em consideração, a ordem do modelo (número de graus de liberdade) e concomitantemente definir e/ou monitorar as coordenadas dos pontos de medição num procedimento experimental. A utilização do critério em conjunção com o teorema de Nyquist, aliado a solução pseudo-exata, aqui proposta no domínio do tempo, para a simulação do sistema em consideração, mostrou-se muito eficiente. A avaliação e ainda a eficiência do critério utilizando-se a solução pseudo-exata e de integração numérica para sistemas com um número maior de graus-de-liberdade será investigada.

## 8. REFERÊNCIAS.

Burrows, C. R. & Sahinkay, M. N., 1982, Frequency domain estimation of linearized oil-film coefficients, Trans ASME, Lubrification. 210-215.

Lalane, M., 1984, Mechanical vibrations for engineers, New York.

Oliveira, N.V., 1997, The criterion conjunction utilizing the Nyquist theorem for the dynamics simulation of the mechanical systems. 14 th Brazilian Congress of Mechanical Engineering. Bauru-São Paulo-Brazil, Paper COB: 962-CD/ROM.

Shroeder, M. R., 1970, Synthesis of low-peak factor signals and binary sequences low auto-correlation, IEEE, Transactions on Information and Theory.

Mariano, V & Oliveira, N.V., 1997, Numerical Valuation Integration Methods Applied to a External Perturbations Identification. 14 th Brazilian Congress of Mechanical Engineering. Bauru-São Paulo-Brazil. Paper COB: 964-CD/ROM.

Lathi, B.P., 1968, Communication systems, Jonh Willey & Sons, Inc.

Pederiva, R., 1983, Identificação de sistemas mecânicos no domínio do tempo: Alguns aspectos práticos. Dissertação de mestrado, Universidade Estadual de Campinas, SP.

Meirovitch, L., 1975, Elements of vibration analysis, Mc.Graw-Hill Kogakusha, Inc.

Schwartz, M., 1970 Information transmission, modulation and noise, Mc.Graw-Hill, Inc.

Silva, J.C.B & Oliveira, N.V., 1998, Análise das vibrações e identificação paramétrica de trator de pneu no conforto do operador. 8º. Congresso Chileno de Ingenieria Mecanica, Vol I, Concepcion, Chile.

### ***ANALYSIS OF THE CRITERION IN CONJUNCTION WITH THE NYQUIST THEOREM FOR THE PARAMETERS IDENTIFICATION OF THE MECHANICAL SYSTEMS.***

***Abstract.*** An appropriate time interval search criterion and the Nyquist Theorem are used in the numeric solution of a set of differential equations in a time and frequency domain parameter identification process. In this method, a numeric factor/parameter is used to provide the user with a better control upon the search for the best time interval and range of frequencies to be used it both domain. One method for resolution of the systems differential equations is proposed. This technique has been successfully applied to the solution of mechanical systems with one and several degrees of freedom. This technique has been successfully applied to the solution of mechanical systems with one and several degrees of freedom, it was shown to be very efficient in an identification parameters process.

***Key-Word: Criterion, Conjunction, Nyquist Theorem, Identification, pseudo-exacta***